

MODELAGEM DE CAMPOS DE DESLOCAMENTOS LOCAIS PARA ESTIMAÇÃO E ANÁLISE DO TENSOR DE DEFORMAÇÃO

Modelling fields of local displacement for estimating an analysis of tensor deformation

¹NIEL NASCIMENTO TEIXEIRA

²LUIZ DANILO DAMASCENO FERREIRA

¹Universidade Estadual de Santa Cruz – Dep. de Ciências Agrárias e Ambientais

²Universidade Federal do Paraná – Departamento de Geomática

nnteixeira@uesc.br ; luizdanilo@ufpr.br

RESUMO

O conhecimento do comportamento de campos de deslocamentos tridimensionais é um requisito importante na tarefa de análise de deformações de estruturas, sejam elas naturais ou artificiais. No entanto, como as observações geodésicas são usualmente feitas em um número finito de pontos dentro do meio ou região de estudo, é necessário utilizar-se de uma ferramenta matemática de interpolação para o conhecimento de tal comportamento. Deste modo, o objetivo deste trabalho é apresentar os conceitos envolvidos no modelamento de campos de deslocamentos locais a partir de deslocamentos tridimensionais obtidos pelo Sistema de Posicionamento Global. Para a consecução de tal objetivo é utilizado um polinômio tridimensional de segundo grau. Os coeficientes deste polinômio são determinados por meio de um ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados. Após esta etapa, são realizados testes estatísticos convenientes para a devida análise da qualidade do modelo ajustado, bem como, para a verificação da significância dos coeficientes estimados. Na sequência, aplicou-se estes conceitos nos deslocamentos tridimensionais detectados na região da Usina Hidrelétrica de Salto Caxias, onde verificou-se que os resultados foram satisfatórios, uma vez que a função polinomial modelada foi hábil para determinar, também, os parâmetros de deformação em cada um dos pontos de observação. Finalmente, apresentar-se-á estes resultados e as conclusões obtidas.

Palavras-chave: Deslocamentos tridimensionais; Função polinomial; Movimentos da crosta; Análise estatística; Sistema de Posicionamento Global.

ABSTRACT

The knowledge of the behavior of three-dimensional displacements fields is an important requirement in the task of analysis of structures deformations, be them natural or artificial. However, as the geodetic observations are usually accomplished in a finite number of points of the study area, it is necessary to use a mathematical tool of interpolation for the knowledge of such behavior. This way, the aim of this work is to present the concepts involved in the modelling of local displacements fields from three-dimensional displacements obtained by means of the Global Positioning System (GPS). For the attainment of this objective a three-dimensional polynomial model of second degree is used. The coefficients of this model are calculated by a least square adjustment. After this stage, convenient statistical tests are accomplished for the suitable analysis of the quality of the adjusted model, as well as, for the verification of the significance of the estimated coefficients. Later, these concepts werw applied in the three-dimensional displacements detected in the region of Salto Caxias Hydroelectric Power Dam, where it was found out that the results were satisfactory, once the polinomial function modeled was able to determine, also, the deformation parameters in each one of the observation points. Finally, the obtained results and its conclusion will be presented in this paper.

Keywords: Three-dimensional displacements; Polinomial function; Crustal movements; Statistical analysis; Global Positioning System.

1. INTRODUÇÃO

O termo **deformação** possui acepção de alteração, ação de desfigurar. Este termo é amplamente utilizado em Ciências Geodésicas:

- Na Cartografia, para exprimir, por exemplo, o conjunto de deformações angular, linear e das superfícies de uma projeção cartográfica;
- Em Fotogrametria, para referir-se, por exemplo, a deformação do filme; e
- Em Geodésia – objeto deste trabalho, refere-se às modificações que um corpo deformável (natural ou artificial), caracterizado por uma estrutura geodésica, sofre com relação a sua forma, dimensão e posição.

O termo estrutura geodésica designa uma malha de vértices, monumentados no terreno e conectados entre si por meio de observações (SANTOS, 1999, p. 5). No contexto deste trabalho, em que tal estrutura objetiva o monitoramento de deformações, os deslocamentos de seus vértices – denominados de pontos de monitoramento ou pontos objetos – podem ser diretamente correlacionados a deslocamentos do corpo em estudo. Por sua vez, o estado de deformação (*strain*) estimado a partir de tais deslocamentos, representa o estado de deformação deste

corpo (TEIXEIRA, 2005). No caso deste trabalho, este corpo, monitorado por meio de técnicas geodésicas, diz respeito à crosta terrestre.

Sendo assim, o tratamento analítico dos movimentos e deformações da crosta é em essência um problema tridimensional. Considerando-se este fato, deformações puramente horizontais ou verticais não existem (VOOSOGHI, 2000). Apesar disso, os estudos de deformações da crosta têm sido tradicionalmente, separados nestas duas componentes – horizontal e vertical, recebendo tratamento individual. Deste modo, durante várias décadas foram desenvolvidas metodologias e técnicas de análise de deformações considerando esta separação. No entanto, tal separação não caracteriza o estado real das deformações que ocorrem na crosta terrestre. Por isso, atualmente, um dos desafios para os pesquisadores que trabalham com o monitoramento de deformações, é o desenvolvimento de metodologias e técnicas de análises de deformações que considerem o problema em sua concepção original, ou seja, movimentos e deformações da crosta são de natureza puramente tridimensional. Um dos fatores que possibilitou a implementação de pesquisas considerando tal concepção, foi o surgimento da Geodésia Espacial, que revolucionou as atividades de posicionamento em Geodésia. As técnicas espaciais de posicionamento, como por exemplo, o Global Positioning System (GPS), Global Navigation Satellite System (GLONASS), Very Long Baseline Interferometry (VLBI) e o Satellite Laser Ranging (SLR), permitem o posicionamento tridimensional de pontos de redes geodésicas de monitoramento com alta precisão, podendo ser utilizados como fontes de informações nos estudos de deformações da crosta. Isto pode ser comprovado pelo crescente número de estudos desta natureza, os quais utilizam campos de deslocamentos provenientes destas técnicas, mostrando o quão valioso e importante papel elas representam na mensuração de fenômenos geodinâmicos.

Deste modo, o desenvolvimento deste trabalho é baseado nesta mesma concepção. As deformações da crosta que podem ser suficientemente descritas no espaço tridimensional, por nove parâmetros de deformação, sendo seis parâmetros de deformação pura e três de rotação diferencial, são estimadas a partir de um campo de deslocamento local. Este campo é modelado por meio de deslocamentos tridimensionais obtidos pelo GPS. Para isto é utilizado um polinômio tridimensional de segundo grau. Os coeficientes deste polinômio são determinados por meio de um ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados. Após esta etapa, são realizados testes estatísticos convenientes para a devida análise da qualidade do modelo ajustado, bem como, para a verificação da significância dos coeficientes estimados. Na sequência, aplicou-se estes conceitos nos deslocamentos tridimensionais detectados na região da Usina Hidrelétrica de Salto Caxias, onde verificou-se que os resultados foram satisfatórios, uma vez que a função polinomial modelada foi hábil para determinar, também, os parâmetros de deformação em cada um dos pontos de observação.

2. MODELAGEM DO CAMPO DE DESLOCAMENTO LOCAL

Para modelagem do campo de deslocamento local é necessário utilizar-se de um função polinomial, resultando em uma função deslocamento, a partir da qual estimar-se-à os parâmetros de deformação.

2.1 Estimativa da Função Deslocamento

Uma função que expressa os deslocamentos no espaço tridimensional, possui a seguinte forma (KUANG, 1996, p. 176 – 177):

$$\mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1) = \mathbf{A}(X, Y, Z; t_2 - t_1) \mathbf{e} \quad (1)$$

onde:

- ✓ \mathbf{d} é o vetor de deslocamento de um dado ponto de coordenadas (X, Y, Z) em uma época t_2 em relação a época t_1 ;
- ✓ \mathbf{A} é a matriz das derivadas parciais; e
- ✓ \mathbf{e} o vetor incógnito de coeficientes da função deslocamento.

A equação (1) pode ser rescrita como:

$$\mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1) = \begin{bmatrix} u(X, Y, Z; t_2 - t_1) \\ v(X, Y, Z; t_2 - t_1) \\ w(X, Y, Z; t_2 - t_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_u(X, Y, Z; t_2 - t_1) \mathbf{e}_u \\ \mathbf{A}_v(X, Y, Z; t_2 - t_1) \mathbf{e}_v \\ \mathbf{A}_w(X, Y, Z; t_2 - t_1) \mathbf{e}_w \end{bmatrix}, \quad (2)$$

onde: u , v e w representam as componentes dos deslocamentos nas direções X , Y e Z , respectivamente.

O deslocamento das componentes u , v e w nas direções X , Y e Z , respectivamente, podem ser estimados por um polinômio geral, como se segue (CHEN, 1983):

$$\mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1) = \sum_j \sum_i \sum_h X^h Y^i Z^j \mathbf{e}_{hij}. \quad (3)$$

O número de coeficientes deste polinômio é determinado pela seguinte equação:

$$m = (k+1)^2, \quad (4)$$

onde k é o grau do polinômio.

Desenvolvendo o polinômio da equação (3) em função das componentes u, v e w, para o segundo grau (com 9 coeficientes), têm-se as equações:

$$u(X, Y, Z; t_2 - t_1) = a_0 + a_1X + a_2XY + a_3XYZ + a_4X^2 + a_5X^2Y + a_6X^2YZ + a_7X^2Y^2Z + a_8X^2Y^2Z^2, \quad (5)$$

$$v(X, Y, Z; t_2 - t_1) = b_0 + b_1X + b_2XY + b_3XYZ + b_4X^2 + b_5X^2Y + b_6X^2YZ + b_7X^2Y^2Z + b_8X^2Y^2Z^2, \quad (6)$$

$$w(X, Y, Z; t_2 - t_1) = c_0 + c_1X + c_2XY + c_3XYZ + c_4X^2 + c_5X^2Y + c_6X^2YZ + c_7X^2Y^2Z + c_8X^2Y^2Z^2. \quad (7)$$

Os coeficientes das equações (5), (6) e (7) podem ser estimados utilizando-se o método paramétrico, com a seguinte relação já dimensionada para a aplicação de interesse:

$${}_{3m} \mathbf{e}_1 = ({}_{3m} \mathbf{A}_{3q}^T {}_{3q} \mathbf{P}_{d3q} {}_{3q} \mathbf{A}_{3m})^{-1} {}_{3m} \mathbf{A}_{3q}^T {}_{3q} \mathbf{P}_{d3q} {}_{3q} \mathbf{d}_1 \quad (8)$$

onde:

- ✓ **d** é o vetor de deslocamentos,
- ✓ **P_d** é a sua respectiva matriz de pesos;
- ✓ 3m é o número de coeficientes a serem determinados,
- ✓ 3q representa o número de pontos da rede de monitoramento; e
- ✓ **A** é a matriz das derivadas parciais, obtida derivando as equações (5), (6) e (7) com relação aos seus respectivos coeficientes.

Cada ponto **P_i** pode gerar uma sub-matriz **A_i** e um sub-vetor **d_i**, os quais são dados, respectivamente, por:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & X_i & X_iY_i & X_iY_iZ_i & X_i^2 & X_i^2Y_i & X_i^2Y_iZ_i & X_i^2Y_i^2Z_i & X_i^2Y_i^2Z_i^2 \\ 1 & X_i & X_iY_i & X_iY_iZ_i & X_i^2 & X_i^2Y_i & X_i^2Y_iZ_i & X_i^2Y_i^2Z_i & X_i^2Y_i^2Z_i^2 \\ 1 & X_i & X_iY_i & X_iY_iZ_i & X_i^2 & X_i^2Y_i & X_i^2Y_iZ_i & X_i^2Y_i^2Z_i & X_i^2Y_i^2Z_i^2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{d}_i = [u_i \quad v_i \quad w_i]^T. \quad (10)$$

A MVC dos coeficientes da função deslocamento (**e**) é calculada por:

$$\sum \mathbf{e} = \sigma_{0e}^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_d \mathbf{A})^{-1} \quad (11)$$

onde σ_{0e}^2 é o fator de variância a priori.

2.2 Testes Estatísticos Aplicados à Função Deslocamento

O principal objetivo de se testar estatisticamente a função deslocamento é o de verificar o quanto seus coeficientes são adequados. Esta verificação envolve:

- Um teste global para indicar a qualidade do modelo ajustado;
- E um teste de significância de cada um dos coeficientes, para verificar se os mesmos são adequados ao modelo.
-

2.2.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

O teste estatístico que analisa a qualidade do modelo ajustado é realizado de acordo com a seguinte hipótese básica (H_0) (KUANG, 1996, p. 188):

$$H_0 : E\{\mathbf{L}_{b_2}\} = E\{\mathbf{L}_{b_1}\} + \mathbf{d}(X, Y, Z; t_2 - t_1), \quad (12)$$

onde \mathbf{L}_{b_1} e \mathbf{L}_{b_2} são as observações realizadas nas épocas t_1 e t_2 , respectivamente.

A estatística do teste (w_e), sob a hipótese nula (H_0), segue a distribuição de Fisher $F(r_e, r)$:

$$w_e = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_0^2} \in F(r_e, r), \quad (13)$$

onde:

- ✓ $\hat{\sigma}_e^2$ e r_e são respectivamente, o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade do modelo associado a estimação dos coeficientes;
- ✓ $\hat{\sigma}_0^2$ e r são respectivamente, o fator de variância dos pesos e os graus de liberdade associados aos ajustamentos das observações da rede realizadas em duas épocas. Esses valores podem ser calculados por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{r_1 \hat{\sigma}_{01}^2 + r_2 \hat{\sigma}_{02}^2}{r_1 + r_2}, \text{ e} \quad (14)$$

$$r = r_1 + r_2, \quad (15)$$

onde: $\hat{\sigma}_{0i}^2$ e r_i ($i = 1, 2$) são o fator de variância a posteriori e os graus de liberdade obtidos pelo ajustamento das observações das épocas t_1 e t_2 , respectivamente.

Deste modo, considerando-se um nível de significância α , a hipótese é aceita se:

$$w_e \leq F_{1-\alpha}(r_e, r), \quad (16)$$

onde $F_{1-\alpha}(r_e, r)$ é o valor teórico da distribuição de Fisher.

No caso em que $w_e > F_{1-\alpha}(r_e, r)$, deve-se realizar o teste de significância de cada um dos coeficientes estimados pela equação (8), o qual será visto na próxima seção.

2.2.2 Teste de Significância dos Coeficientes da Função Deslocamento

A significância de um coeficiente individual e_i é realizada utilizando a seguinte estatística:

$$y_i = \frac{e_i^2}{\sigma_{e_i}^2 \cdot \hat{\sigma}_0^2}, \quad (17)$$

onde $\sigma_{e_i}^2$ é a variância do coeficiente analisado, o qual pode ser extraído da matriz $\sum e$.

O teste estatístico é realizado de acordo com a seguinte hipótese básica (H_0):

$$H_0 : E\{e_i\} = 0, \quad (18)$$

Da mesma maneira que o teste descrito na seção anterior, este também, segue a distribuição de Fisher $F(1, r)$ para a estatística y_i . Deste modo, considerando-se um nível de confiança de $(1-\alpha)$, a hipótese básica deverá ser rejeitada se:

$$y_i > F_{1-\alpha}(1, r), \quad (19)$$

onde $F_{1-\alpha}(1, r)$ é o valor teórico.

Neste caso, os coeficientes testados são considerados significantes para a função deslocamento. No caso de detecção de coeficientes insignificantes, estes são retirados da função deslocamento e, uma nova função é re-estimada e reavaliada. Este processo continua até que todos os coeficientes envolvidos sejam estatisticamente significantes.

2.3 Estimação dos Parâmetros de Deformação

Substituindo os coeficientes considerados estatisticamente significantes nas equações (5), (6) e (7), têm-se definida as funções deslocamento da estrutura monitorada. Deste modo, tomando-se as derivadas parciais de primeira ordem

destas funções com relação a X , Y e Z , obtêm-se as seguintes componentes do tensor de deformação:

$$\frac{\partial u}{\partial X_i} = a_1 + a_2 Y_i + a_3 Y_i Z_i + a_4 2X_i + a_5 2X_i Y_i + a_6 2X_i Y_i Z_i + a_7 2X_i Y_i^2 Z + a_8 2X_i Y_i^2 Z_i^2, \quad (20)$$

$$\frac{\partial u}{\partial Y_i} = a_2 X_i + a_3 X_i Z_i + a_5 X_i^2 + a_6 X_i^2 Z_i + a_7 2X_i^2 Y_i Z_i + a_8 2X_i^2 Y_i Z_i^2, \quad (21)$$

$$\frac{\partial u}{\partial Z_i} = a_3 X_i Y_i + a_6 X_i^2 Y_i + a_7 X_i^2 Y_i^2 + a_8 2X_i^2 Y_i^2 Z_i, \quad (22)$$

$$\frac{\partial v}{\partial X_i} = b_1 + b_2 Y_i + b_3 Y_i Z_i + b_4 2X_i + b_5 2X_i Y_i + b_6 2X_i Y_i Z_i + b_7 2X_i Y_i^2 Z + b_8 2X_i Y_i^2 Z_i^2, \quad (23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial Y_i} = b_2 X_i + b_3 X_i Z_i + b_5 X_i^2 + b_6 X_i^2 Z_i + b_7 2X_i^2 Y_i Z_i + b_8 2X_i^2 Y_i Z_i^2, \quad (24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial Z_i} = b_3 X_i Y_i + b_6 X_i^2 Y_i + b_7 X_i^2 Y_i^2 + b_8 2X_i^2 Y_i^2 Z_i, \quad (25)$$

$$\frac{\partial w}{\partial X_i} = c_1 + c_2 Y_i + c_3 Y_i Z_i + c_4 2X_i + c_5 2X_i Y_i + c_6 2X_i Y_i Z_i + c_7 2X_i Y_i^2 Z + c_8 2X_i Y_i^2 Z_i^2, \quad (26)$$

$$\frac{\partial w}{\partial Y_i} = c_2 X_i + c_3 X_i Z_i + c_5 X_i^2 + c_6 X_i^2 Z_i + c_7 2X_i^2 Y_i Z_i + c_8 2X_i^2 Y_i Z_i^2, \quad (27)$$

$$\frac{\partial w}{\partial Z_i} = c_3 X_i Y_i + c_6 X_i^2 Y_i + c_7 X_i^2 Y_i^2 + c_8 2X_i^2 Y_i^2 Z_i. \quad (28)$$

Com as equações (20) a (28) é possível estimar as componentes do tensor de deformação em cada um dos pontos da rede de monitoramento. As componentes da função deslocamento $u(X, Y, Z; t_2 - t_1)$, $v(X, Y, Z; t_2 - t_1)$ e $w(X, Y, Z; t_2 - t_1)$, juntamente com as equações (20) a (28), servem também ao propósito de interpolação, pois com elas é possível estimar os deslocamentos em pontos onde não foram realizadas observações, bem como, determinar seus respectivos componentes do tensor de deformação.

2.4 Parâmetros de Deformação

Os parâmetros básicos de deformação são calculados a partir da função deslocamento $[u(X, Y, Z; t_2 - t_1), v(X, Y, Z; t_2 - t_1) \text{ e } w(X, Y, Z; t_2 - t_1)]$. Como mencionado anteriormente, a deformação de um corpo é suficientemente descrita em três dimensões se 9 parâmetros de deformação, 6 componentes de tensão e 3 de rotação diferencial, podem ser determinados em cada ponto.

Podem-se organizar os elementos básicos das expressões dos parâmetros de deformação em forma da matriz E , o qual é chamada de tensor de deformação não-translacional (de Segunda Ordem) (VANICEK E KRAKIWIISKY, 1986; SANTOS, 1999):

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X_1} & \frac{\partial u}{\partial Y_1} & \frac{\partial u}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial v}{\partial X_1} & \frac{\partial v}{\partial Y_1} & \frac{\partial v}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial w}{\partial X_1} & \frac{\partial w}{\partial Y_1} & \frac{\partial w}{\partial Z_1} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Este tensor é resultado de uma parte simétrica e outra anti-simétrica, sendo a sua decomposição com relação a estas duas partes representada por:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1} + \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) \\ & \frac{\partial v}{\partial Y_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) \\ & & \frac{\partial w}{\partial Z_1} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1} - \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1} - \frac{\partial v}{\partial X_1} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial X_1} \right) & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1} - \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right) & 0 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

ou

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ & & \varepsilon_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y \\ -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

ou ainda de forma mais compacta:

$$\mathbf{E} = \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\omega}, \quad (32)$$

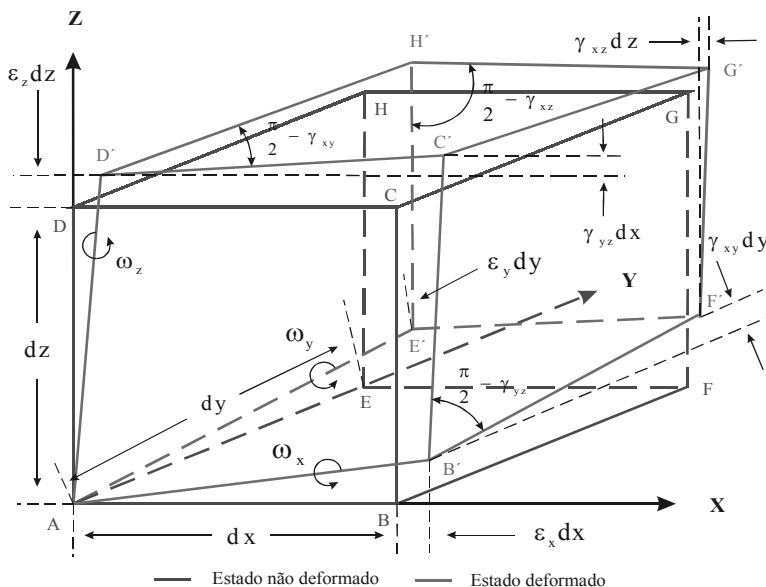
onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformação simétrica e, $\boldsymbol{\omega}$ é o tensor de deformação anti-simétrica.

As três deformações específicas ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$) e as outras três deformações de cisalhamento simples ($\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$) contidas no tensor de deformação simétrica, juntamente, com as três rotações diferenciais ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) contidas no tensor de deformação anti-simétrica, são chamadas de parâmetros de deformação. Estes nove parâmetros descrevem a deformação de um corpo em três dimensões.

No contexto deste trabalho, os parâmetros da deformação simétrica traduzem, em cada vértice da rede, a variação média em escala das distâncias que os separam dos demais vértices que integram sua vizinhança, dentro do processo de deformação. Os números que expressam estes parâmetros são grandezas adimensionais para as quais adotar-se-á uma unidade específica a ser denominada STRAIN, e para fins de interpretação dos resultados far-se-á uso de um de seus submúltiplos, ou seja, o μstrain (VANICEK e KRAKIWSKI, 1986). Deste modo, o μstrain expressa as variações relativas de uma grandeza linear em unidades da sexta casa decimal, ou ainda, em partes por milhão ($1 \mu\text{strain} = 1 \text{ p.p.m.}$). No que diz respeito aos ângulos de rotação diferencial média, expressos adimensionalmente (radianos), pode-se transformá-los para segundo de arcos.

A figura 1 ilustra a decomposição da deformação no caso em que um cubo Q é deformado, transformando-se em um cubo Q'.

Figura 1 – Decomposição Analítica da Deformação



Pode-se observar pela figura 1, que as posições B, C, D, E, F, G e H dos vértices do cubo Q, após o processo de deformação são deslocados para as posições B', C', D', E', F', G' e H', transformando-se em um novo cubo Q'. O cubo não sofre efeito de translação, por isso, o vértice A, origem do sistema de coordenadas, permanece na mesma posição, após o processo de deformação. A figura 1 mostra também que as componentes do tensor de deformação anti-simétrica representam o deslocamento angular dos eixos principais (CHOU e PAGANO, 1967, p. 46), ou seja, uma rotação de corpo rígido (SILVA, 1986, p. 22).

Os elementos das expressões dos parâmetros de deformação estão dispostos na matriz E (equação 29). Deste modo, as expressões da deformação simétrica são respectivamente:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial X_1} + \frac{\partial u}{\partial X_1} \right) = \frac{\partial u}{\partial X_1}, \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Y_1} + \frac{\partial v}{\partial X_1} \right), \\
\gamma_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial X_1} \right), \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial Y_1} + \frac{\partial v}{\partial Y_1} \right) = \frac{\partial v}{\partial Y_1}, \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial Y_1} \right), \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial Z_1} + \frac{\partial w}{\partial Z_1} \right) = \frac{\partial w}{\partial Z_1}.
\end{aligned} \tag{33}$$

É possível ainda extrair outros parâmetros de deformação derivados das deformações específicas. São eles:

1. Dilatação Δ ou divergente do vetor de deslocamento (d) (YONG-QI, 1983, p. 21; KUANG, 1996, p. 178):

$$\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \tag{34}$$

que representa a variação de um volume por unidade de volume.

2. Deformação máxima (KUANG, 1996, p. 178):

$$\varepsilon_{\max.} = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2}. \tag{35}$$

3. IMPLEMENTAÇÃO PRÁTICA DA METODOLOGIA

3.1 Área De Estudo

A região de estudo para aplicação da metodologia proposta neste trabalho, está situada no município de Capitão Leônidas Marques e refere-se aos dados oriundos do projeto de monitoramento de movimentos da crosta na região da UHE de Salto Caxias. A figura 2 mostra esta região.

Figura 2 – Localização da cidade de Capitão Leônidas Marques e da UHE de Salto Caxias no mapa do Paraná



A UHE de Salto Caxias é a maior Barragem de Concreto Compactado a Rolo (CCR) da América do Sul, a 8ª Barragem em volume d'água no mundo com $3,6 \times 10^9 \text{ m}^3$, e possui 67 m de altura e 1083 m de comprimento, sendo a terceira maior usina da COPEL, menor apenas que as de Foz do Areia e Salto Segredo, abrangendo uma superfície de 131 km^2 .

Os pontos da rede monitoramento são compostos por um total de 35 RRNN distribuídas em um quadrilátero de aproximadamente $35 \times 35 \text{ km}$ em torno da UHE, os quais foram implantados na margem das estradas existentes na referida região. Deste modo, todos estes pontos foram monumentados de forma a facilitar sua identificação e atender as exigências de estabilidade, acesso, dimensões específicas, etc.

Para implantação destas RRNN seguiu-se as mesmas especificações técnicas daquelas utilizadas no projeto de auscultação geodésica da região da Barragem de Bento Munhoz da Rocha (GEMAE e DOUBECK, 1982): Os pontos foram concretados no local apresentando forma tronco-piramidal, de seção quadrada, possuindo base superior de $30 \times 30 \text{ cm}$, e inferior de $45 \times 45 \text{ cm}$. A base inferior situa-se em geral, cerca de 1m abaixo da superfície; já a superior aflora cerca de 20cm. A figura 3 mostra a planta geral do reservatório.

Figura 3 – Planta geral do reservatório



3.2 Levantamento de Campo e Estimação dos Deslocamentos

Foram realizadas duas campanhas para coleta das observáveis do GPS: a primeira campanha ocorreu no período de 5 a 10 de agosto de 1998 – antes do enchimento do reservatório, e a segunda no período de 16 a 20 de dezembro de 2002. Para a realização das duas campanhas, foram utilizados quatro receptores ASHTECH Z-XII, e um receptor TRIMBLE SSI.

Os 35 pontos de monitoramento foram posicionados em função de três pontos denominados neste projeto de Pontos de Controle (PC), os quais são: PC207, PC318 e PC611. Estes três PC foram posicionados em função de outros três pontos denominados de Pontos de Apoio (PA), que por suas vez foram posicionados em função das estações PARA e UEPP, pertencentes à Rede do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS). Os pontos de monitoramentos foram posicionados pela técnica de posicionamento estático rápido, com duração de 15 minutos e taxa de gravação de dados de 15 segundos, enquanto, os PC e PA foram posicionados pela técnica de posicionamento estático, com duração de 3 horas e 6 horas, respectivamente, e taxa de gravação de 15 segundos.

Após a coleta dos dados em campo, as observações GPS foram processadas no programa científico BERNES 4.2, que permite um tratamento mais refinado quanto ao processamento de linhas de base, bem como, contempla a possibilidade de se traçar estratégias, seja na utilização de modelos troposféricos ou na aplicação de modelagens para resolução de ambigüidades. Logo após, calculou-se os deslocamentos dos pontos de monitoramento pela subtração das coordenadas da segunda época com as da primeira época. Estes deslocamentos podem ser vistos na tabela 1.

Tabela 1 – Deslocamentos estimados e respectivos desvios padrão dos pontos de monitoramento

| PONTO | X (m) | σ_x (m) | Y (m) | σ_y (m) | Z (m) | σ_z (m) | Result. (m) |
|-------|---------|----------------|--------|----------------|---------|----------------|-------------|
| P202 | -0,0055 | 0,0214 | 0,0082 | 0,0219 | -0,0137 | 0,0201 | 0,0169 |
| P203 | -0,0065 | 0,0204 | 0,0081 | 0,0181 | -0,0100 | 0,0214 | 0,0144 |
| P204 | -0,0058 | 0,0182 | 0,0083 | 0,0211 | -0,0128 | 0,0166 | 0,0163 |
| P205 | -0,0051 | 0,0182 | 0,0247 | 0,0185 | 0,0062 | 0,0147 | 0,0260 |
| P206 | -0,0061 | 0,0107 | 0,0081 | 0,0091 | -0,0010 | 0,0101 | 0,0102 |
| P301 | -0,0056 | 0,0107 | 0,0073 | 0,0110 | -0,0037 | 0,0126 | 0,0099 |
| P302 | -0,0052 | 0,0132 | 0,0077 | 0,0157 | -0,0080 | 0,0128 | 0,0123 |
| P303 | -0,0058 | 0,0145 | 0,0075 | 0,0173 | -0,0098 | 0,0190 | 0,0136 |
| P304 | -0,0056 | 0,0139 | 0,0082 | 0,0139 | -0,0057 | 0,0130 | 0,0114 |
| P306 | -0,0055 | 0,0188 | 0,0073 | 0,0204 | -0,0131 | 0,0167 | 0,0160 |
| P307 | -0,0050 | 0,0225 | 0,0067 | 0,0193 | -0,0126 | 0,0185 | 0,0151 |
| P308 | -0,0032 | 0,0235 | 0,0045 | 0,0239 | -0,0194 | 0,0230 | 0,0202 |
| P309 | -0,0037 | 0,0204 | 0,0052 | 0,0227 | -0,0175 | 0,0193 | 0,0186 |
| P312 | -0,0012 | 0,0196 | 0,0015 | 0,0210 | -0,0195 | 0,0189 | 0,0196 |
| P313 | -0,0021 | 0,0195 | 0,0027 | 0,0182 | -0,0155 | 0,0171 | 0,0159 |
| P315 | -0,0007 | 0,0167 | 0,0013 | 0,0161 | -0,0148 | 0,0153 | 0,0149 |
| P319 | -0,0009 | 0,0132 | 0,0011 | 0,0117 | -0,0106 | 0,0112 | 0,0107 |
| P401 | -0,0010 | 0,0163 | 0,0017 | 0,0165 | -0,0148 | 0,0168 | 0,0149 |
| P402 | -0,0054 | 0,0167 | 0,0000 | 0,0176 | -0,0176 | 0,0152 | 0,0184 |
| P404 | -0,0033 | 0,0189 | 0,0043 | 0,0180 | -0,0137 | 0,0177 | 0,0147 |
| P405 | -0,0021 | 0,0191 | 0,0033 | 0,0200 | -0,0167 | 0,0184 | 0,0172 |
| P407 | -0,0035 | 0,0203 | 0,0045 | 0,0196 | -0,0151 | 0,0204 | 0,0161 |
| P408 | -0,0037 | 0,0212 | 0,0048 | 0,0206 | -0,0158 | 0,0201 | 0,0169 |
| P502 | -0,0064 | 0,0116 | 0,0082 | 0,0145 | -0,0063 | 0,0165 | 0,0122 |
| P505 | -0,0069 | 0,0147 | 0,0089 | 0,0155 | -0,0066 | 0,0186 | 0,0131 |
| P602 | -0,0045 | 0,0240 | 0,0071 | 0,0200 | -0,0129 | 0,0182 | 0,0154 |
| P603 | -0,0036 | 0,0229 | 0,0054 | 0,0200 | -0,0146 | 0,0190 | 0,0160 |
| P604 | -0,0054 | 0,0221 | 0,0039 | 0,0212 | -0,0173 | 0,0202 | 0,0185 |
| P606 | -0,0049 | 0,0189 | 0,0050 | 0,0185 | -0,0135 | 0,0177 | 0,0152 |
| P607 | -0,0024 | 0,0166 | 0,0043 | 0,0164 | -0,0121 | 0,0134 | 0,0131 |
| P608 | -0,0023 | 0,0137 | 0,0037 | 0,0127 | -0,0090 | 0,0111 | 0,0100 |
| P609 | -0,0029 | 0,0124 | 0,0031 | 0,0109 | -0,0078 | 0,0115 | 0,0089 |
| P610 | -0,0008 | 0,0110 | 0,0025 | 0,0094 | -0,0069 | 0,0079 | 0,0074 |
| P612 | -0,0021 | 0,0091 | 0,0026 | 0,0076 | -0,0050 | 0,0063 | 0,0060 |
| P613 | -0,0005 | 0,0123 | 0,0012 | 0,0108 | -0,0096 | 0,0113 | 0,0097 |

3.3 Modelagem do Campo de Deslocamento Local

O primeiro passo desta etapa é a estimação dos coeficientes dos polinômios de 2º grau definidos pelas equações (5), (6) e (7), seguidas de suas respectivas análises

estatísticas. Para isto, gerou-se a matriz **A** por meio da equação (9), utilizando-se as coordenadas dos pontos de monitoramento contidos nas tabelas. O vetor **d** e a matriz **P_d**, foram gerados, respectivamente, pelos deslocamentos e seus respectivos desvios padrão, os quais encontram-se na tabela 1. Arbitrou-se um valor unitário para a variância a priori σ_{0e}^2 , de forma que $\sigma_{0e}^2 = 1$. Deste modo, estimou-se os coeficientes pela equação (8) e sua respectiva MVC pela equação 11). Os coeficientes dos polinômios, em função das componentes u, v e w, e seus respectivos desvios padrão podem ser vistos na tabela 2.

Tabela 2 – Coeficientes da função deslocamento das componentes u, v, w e seus respectivos desvios padrão

| COMPONENTE u | | |
|-----------------------------|--------------|-------------|
| COEFICIENTES a _i | | σ |
| a ₀ | 0,18315 | 0,15315 |
| a ₁ | 9,2354E-006 | 7,4300E-006 |
| a ₂ | 2,5676E-010 | 2,0263E-010 |
| a ₃ | -1,4099E-014 | 1,3596E-014 |
| a ₄ | -1,2863E-010 | 4,4343E-011 |
| a ₅ | -2,7138E-015 | 1,9746E-015 |
| a ₆ | -1,037E-019 | 2,2078E-019 |
| a ₇ | -4,8976E-024 | 8,4691E-024 |
| a ₈ | 2,015E-028 | 2,5813E-028 |
| COMPONENTE v | | |
| COEFICIENTES b _i | | σ |
| b ₀ | 0,049594 | 0,1544 |
| b ₁ | 6,4712E-006 | 7,5400E-006 |
| b ₂ | 1,9651E-010 | 2,0750E-010 |
| b ₃ | -2,898E-015 | 1,3629E-014 |
| b ₄ | 4,7753E-011 | 4,5929E-011 |
| b ₅ | 4,7214E-015 | 2,0012E-015 |
| b ₆ | -2,3158E-019 | 2,2250E-019 |
| b ₇ | -1,3348E-023 | 8,6104E-024 |
| b ₈ | -4,9969E-029 | 2,5708E-028 |
| COMPONENTE w | | |
| COEFICIENTES c _i | | σ |
| c ₀ | 0,29087 | 0,1504 |
| c ₁ | 2,272E-005 | 7,400E-006 |
| c ₂ | -3,7221E-010 | 2,0728E-010 |
| c ₃ | -7,0134E-014 | 1,3134E-014 |
| c ₄ | 5,0618E-010 | 4,6532E-011 |
| c ₅ | 2,4658E-014 | 1,9182E-015 |
| c ₆ | -1,397E-018 | 2,1412E-019 |
| c ₇ | -1,8317E-023 | 8,4695E-024 |
| c ₈ | 2,0807E-027 | 2,4503E-028 |

Os coeficientes da função deslocamento das componentes u, v, w mostrados na tabela 2 são grandezas adimensionais. Pode-se observar também que um número

expressivo de desvios padrão é maior que os próprios coeficientes estimados, principalmente para a componente v (coeficientes b_i). No entanto, os resultados para a componente w são melhores, haja visto que os seus valores são bem menores que os seus respectivos coeficientes. Um provável fator causador da “alta” destes desvios padrão é o procedimento seguido para a formação da matriz dos pesos dos deslocamentos, que consiste na adição da matriz dos pesos das observações das primeira e segunda campanha. Este procedimento tornou os desvios padrão dos deslocamentos maiores que os próprios deslocamentos, conforme mostrado na tabela 1.

Após a estimação dos coeficientes da função deslocamento, estimou-se o fator de variância a posteriori ($\hat{\sigma}_e^2$), o qual resultou em: $\hat{\sigma}_e^2 = 0,12$. Na próxima seção realizar-se-á o teste estatístico aplicado à função deslocamento.

3.3.1 Estatística Aplicada a Função Deslocamento

Com o objetivo de verificar a qualidade dos coeficientes dos polinômios ajustados, aplicou-se o teste estatístico descrito na seção 2.2. Como mencionado anteriormente, em uma primeira etapa é feita a análise da qualidade do modelo ajustado. Caso se verifique que tal modelo não possui qualidade satisfatória a um nível de significância (α), então é realizada uma segunda etapa, na qual testa-se a significância de cada um dos coeficientes estimados.

3.3.1.1 Análise da Qualidade do Modelo Ajustado

A análise da qualidade do modelo ajustado a um nível de significância (α) de 5%, inicia-se com o conhecimento de ($\hat{\sigma}_e^2$ e r_e) e ($\hat{\sigma}_0^2$ e r), que são, respectivamente, os fatores de variância a posteriori e os graus de liberdade associados aos coeficientes dos polinômios ajustados e aos ajustamentos das observações da rede realizadas em duas campanhas. Estes valores podem ser vistos na tabela 3.

Tabela 3 – Quantidades necessárias à análise da qualidade do modelo ajustado

| <i>COEFICIENTES DOS POLINÔMIOS AJUSTADOS</i> | |
|--|------------|
| $\hat{\sigma}_e^2 = 0,12$ | $r_e = 78$ |
| <i>AJUSTAMENTOS DAS OBSERVAÇÕES DA REDE</i> | |
| $\hat{\sigma}_0^2 = 0,98$ | $r = 210$ |

De posse destes valores e aplicando a equação (13), calculou-se a estatística w_e , bem como, determinou-se o valor teórico $F_{1-\alpha}(r_e, r)$. Na tabela 4 podem ser

vistos estes valores, bem como, o resultado do teste que analisa a qualidade do modelo ajustado.

Tabela 4 – Resultado do teste aplicado ao modelo ajustado

| COMPONENTES | ESTATÍSTICA CALCULADA (w_e) | $F_{95\%}(78, 210) = 3,84; w_e \leq 3,84$ |
|-------------|---------------------------------|---|
| u, v, w | 0,12 | Aceita |

Como pode ser visto pela tabela 4 o teste que verifica a qualidade do modelo ajustado mostrou-se satisfatória a um nível de confiança de 95%. Isto indica que os coeficientes estimados são adequados ao modelo, no caso presente, à função polinomial das componentes u, v, w nas direções dos eixos X, Y e Z, respectivamente. Esta função polinomial é também denominada de função deslocamento.

Conforme mencionado na seção 2.2 como a estatística w_e resultou menor que o valor teórico $F_{1-\alpha}(r_e, r)$, não é necessário o emprego do teste de significância dos coeficientes da função deslocamento. Deste modo, a função deslocamento com relação as componentes u, v e w ficam assim definidas, respectivamente:

$$u(x;y;z;t_2 - t_1)=0,18315+ 9,2354.10^0 (X)+ 2,5676.10^0 (XY)-1,4099.10^4 (XYZ) -1,2863.10^0 (X^2)-2,7138.10^5 (X^2Y) -1,037.10^9 (X^2YZ)-4,8976.10^4 (X^2Y^2Z) + (36) +2,015.10^{28} (X^2Y^2Z^2) ,$$

$$v(x;y;z;t_2 - t_1)=0,049594+ 6,4712.10^0 (X)+ 1,9651.10^0 (XY)-2,898.10^{15} (XYZ) -4,7753.10^1 (X^2)-4,7214.10^5 (X^2Y) -2,3158.10^9 (X^2YZ)-1,3348.10^{23} (X^2Y^2Z) - (37) -4,9969.10^{29} (X^2Y^2Z^2) ,$$

$$w(x;y;z;t_2 - t_1)=0,29087+2,272.10^5 (X)-3,7221.10^{10} (XY)-7,0134.10^{14} (XYZ) 5,0618.10^0 (X^2)+2,4658.10^4 (X^2Y) -1,397.10^{18} (X^2YZ)-1,8317.10^{23} (X^2Y^2Z) + (38) +2,0807.10^{27} (X^2Y^2Z^2).$$

3.4 Estimação dos Parâmetros de Deformação

Uma vez definida, a função deslocamento com relação as componentes u, v e w procedeu-se à estimação dos parâmetros de deformação. Para a consecução deste propósito, calculou-se em primeiro lugar os gradientes dados pelas equações (20) a (28), que são as componentes do tensor de deformação da equação (29). Estes gradientes podem ser vistos por meio das figuras 4, 5 e 6.

Figura 4 – Componentes ∂u do tensor de deformação

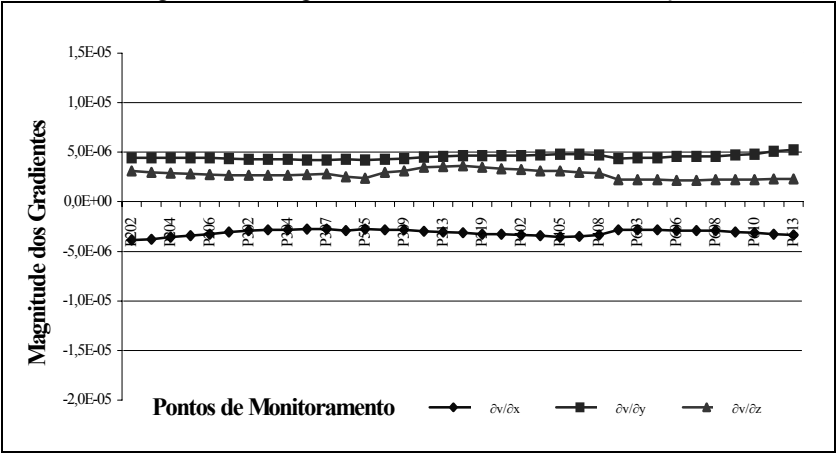


Figura 5 – Componentes ∂v do tensor de deformação.

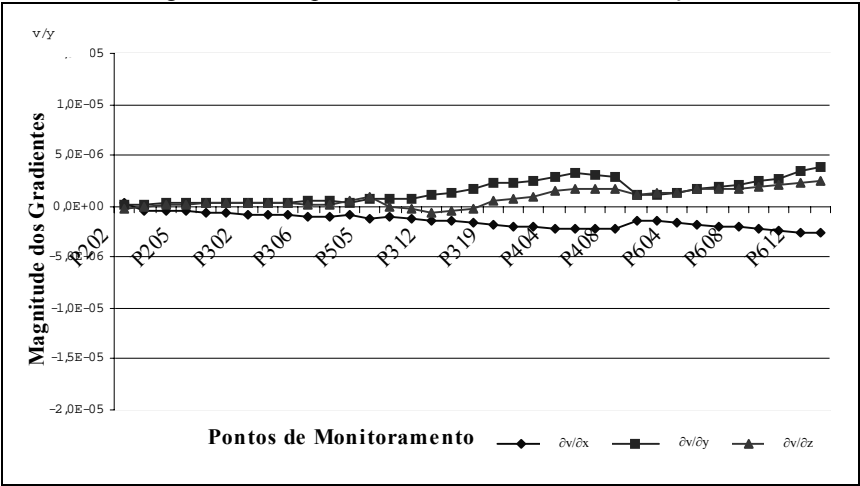
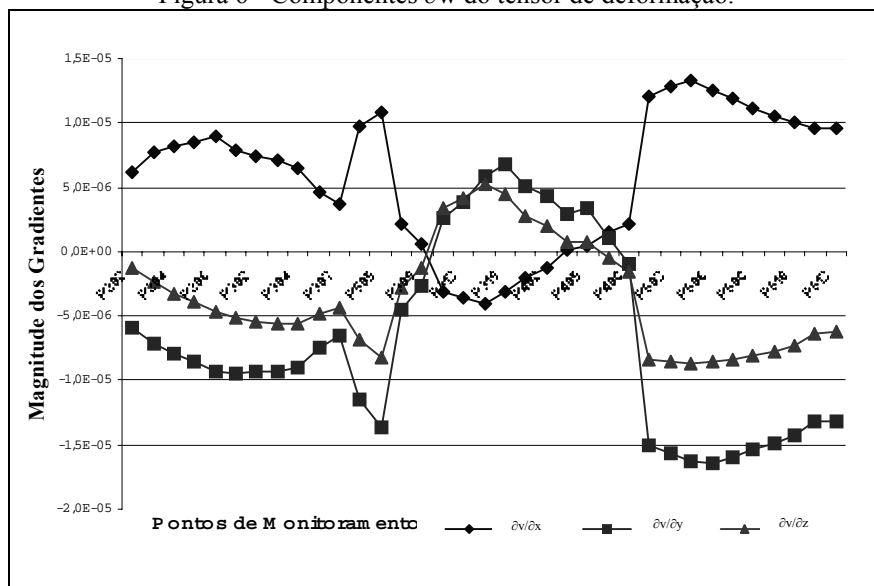


Figura 6 - Componentes ∂w do tensor de deformação.

Por meio das figuras 4, 5 e 6 pode-se observar que a magnitude dos componentes do tensor de deformação variaram entre $\approx -10^{-5}$ a $\approx 10^{-5}$, sendo o menor valor para o gradiente $\partial w/\partial y$, da estação P606 ($-1,6478 \times 10^{-5}$), e o maior valor para gradiente $\partial w/\partial x$ da estação P604 ($1,3252 \times 10^{-5}$). É válido ressaltar que as grandezas destes gradientes são adimensionais. Na sequência, eles serão utilizados para calcular os parâmetros de deformação simétrica e anti-simétrica.

Deste modo, utilizando estes valores na equação 30, calculou-se as componentes dos parâmetros da deformação simétrica e anti-simétrica, respectivamente; e com as equações (34) e (35) calculou-se, respectivamente, a dilatação (divergente do vetor deslocamento) e a deformação máxima. Os parâmetros de deformação específica, a dilatação e a deformação máxima podem ser vistos na tabela 5.

Tabela 5 – Deformações específicas ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$), deformação máxima e dilatação

| Estação | Deformação Específica | | | Deformação Máxima | Dilatação |
|---------|-----------------------|-----------------|-----------------|-------------------|-------------|
| | ε_x | ε_y | ε_z | | |
| P202 | -2,7589E-06 | 2,1550E-07 | -1,1931E-06 | 4,0725E-06 | -4,8654E-06 |
| P203 | -2,7636E-06 | 2,2078E-07 | -2,4022E-06 | 4,4888E-06 | -5,9669E-06 |
| P204 | -2,8889E-06 | 2,5007E-07 | -3,2052E-06 | 4,8263E-06 | -6,5547E-06 |
| P205 | -2,7322E-06 | 2,7528E-07 | -3,9617E-06 | 5,2360E-06 | -7,0989E-06 |
| P206 | -2,8006E-06 | 3,0431E-07 | -4,6504E-06 | 5,7034E-06 | -7,6340E-06 |
| P301 | -2,8468E-06 | 3,4263E-07 | -5,2063E-06 | 6,0302E-06 | -7,8870E-06 |
| P302 | -2,9845E-06 | 3,3415E-07 | -5,4418E-06 | 6,1828E-06 | -8,0235E-06 |
| P303 | -3,0506E-06 | 3,4716E-07 | -5,5899E-06 | 6,2849E-06 | -8,0944E-06 |
| P304 | -3,1552E-06 | 4,3152E-07 | -5,6512E-06 | 6,3193E-06 | -8,0145E-06 |
| P306 | -3,3028E-06 | 5,3957E-07 | -4,8588E-06 | 5,6134E-06 | -7,0781E-06 |
| P307 | -3,3045E-06 | 6,1088E-07 | -4,2854E-06 | 5,1357E-06 | -6,4381E-06 |
| P308 | -3,3507E-06 | 3,9278E-07 | -6,7977E-06 | 7,3965E-06 | -9,2938E-06 |
| P309 | -3,4419E-06 | 6,3670E-07 | -8,2615E-06 | 8,7248E-06 | -1,0357E-05 |
| P312 | -3,5354E-06 | 6,5074E-07 | -2,8759E-06 | 4,0666E-06 | -5,0258E-06 |
| P313 | -3,4740E-06 | 7,0080E-07 | -1,2868E-06 | 3,2018E-06 | -3,4328E-06 |
| P315 | -3,3757E-06 | 1,0755E-06 | 3,3992E-06 | 4,6496E-06 | 1,4902E-06 |
| P319 | -2,8068E-06 | 1,3172E-06 | 4,2090E-06 | 5,3625E-06 | 2,4756E-06 |
| P401 | -2,8461E-06 | 1,6935E-06 | 5,2855E-06 | 6,3843E-06 | 3,8238E-06 |
| P402 | -2,8485E-06 | 2,2510E-06 | 4,4825E-06 | 6,0057E-06 | 3,4307E-06 |
| P404 | -2,8786E-06 | 2,3209E-06 | 2,8001E-06 | 4,9139E-06 | 1,8165E-06 |
| P405 | -2,9118E-06 | 2,5087E-06 | 2,0359E-06 | 4,6546E-06 | 1,1939E-06 |
| P407 | -2,9344E-06 | 2,9065E-06 | 6,7567E-07 | 4,5553E-06 | 1,4027E-07 |
| P408 | -3,0156E-06 | 3,2166E-06 | 8,0418E-07 | 4,8469E-06 | 4,8538E-07 |
| P502 | -3,1070E-06 | 3,1230E-06 | -5,1238E-07 | 4,6994E-06 | -8,6338E-07 |
| P505 | -3,3067E-06 | 2,8666E-06 | -1,5035E-06 | 4,6769E-06 | -2,0126E-06 |
| P602 | -3,3714E-06 | 1,0610E-06 | -8,4586E-06 | 8,9751E-06 | -1,0204E-05 |
| P603 | -2,7589E-06 | 1,1146E-06 | -8,5191E-06 | 9,0508E-06 | -1,0251E-05 |
| P604 | -2,7636E-06 | 1,2720E-06 | -8,7008E-06 | 9,2432E-06 | -1,0277E-05 |
| P606 | -2,8889E-06 | 1,7213E-06 | -8,5745E-06 | 9,2071E-06 | -9,7318E-06 |
| P607 | -2,7322E-06 | 1,9423E-06 | -8,3386E-06 | 9,0434E-06 | -9,3081E-06 |
| P608 | -2,8006E-06 | 2,0990E-06 | -8,1353E-06 | 8,8994E-06 | -8,9707E-06 |
| P609 | -2,8468E-06 | 2,4136E-06 | -7,6985E-06 | 8,6131E-06 | -8,3005E-06 |
| P610 | -2,9845E-06 | 2,7670E-06 | -7,2541E-06 | 8,3625E-06 | -7,5941E-06 |
| P612 | -3,0506E-06 | 3,5275E-06 | -6,3686E-06 | 7,9960E-06 | -6,1478E-06 |
| P613 | -3,1552E-06 | 3,8128E-06 | -6,1833E-06 | 8,0086E-06 | -5,7419E-06 |

A tabela 6 mostra as deformações de cisalhamento simples e a rotação diferencial média.

Tabela 6 – Cisalhamento simples ($\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$) e rotação diferencial média ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$)

| Estação | Cisalhamento Simples | | | Rotação Diferencial Média | | |
|---------|----------------------|---------------|---------------|---------------------------|---------------------|---------------------|
| | γ_{xy} | γ_{xz} | γ_{yz} | $\omega_x (^\circ)$ | $\omega_y (^\circ)$ | $\omega_z (^\circ)$ |
| P202 | 2,0749E-06 | 4,6392E-06 | -3,0346E-06 | 0,59 | -0,31 | 0,49 |
| P203 | 2,0412E-06 | 5,3136E-06 | -3,5558E-06 | 0,74 | -0,48 | 0,49 |
| P204 | 1,9966E-06 | 5,5159E-06 | -3,8829E-06 | 0,82 | -0,54 | 0,50 |
| P205 | 1,9457E-06 | 5,6259E-06 | -4,1918E-06 | 0,90 | -0,58 | 0,51 |
| P206 | 1,8986E-06 | 5,8197E-06 | -4,5094E-06 | 0,99 | -0,63 | 0,52 |
| P301 | 1,8072E-06 | 5,3166E-06 | -4,5597E-06 | 1,00 | -0,54 | 0,52 |
| P302 | 1,7625E-06 | 5,0454E-06 | -4,5410E-06 | 0,99 | -0,49 | 0,52 |
| P303 | 1,7253E-06 | 4,8599E-06 | -4,5117E-06 | 0,98 | -0,45 | 0,52 |
| P304 | 1,6656E-06 | 4,5828E-06 | -4,3809E-06 | 0,97 | -0,40 | 0,53 |
| P306 | 1,6001E-06 | 3,6988E-06 | -3,6077E-06 | 0,79 | -0,20 | 0,54 |
| P307 | 1,5728E-06 | 3,2585E-06 | -3,1321E-06 | 0,69 | -0,10 | 0,55 |
| P308 | 1,7094E-06 | 6,1141E-06 | -5,4858E-06 | 1,24 | -0,74 | 0,53 |
| P309 | 1,5327E-06 | 6,5897E-06 | -6,3854E-06 | 1,49 | -0,88 | 0,55 |
| P312 | 1,5849E-06 | 2,5358E-06 | -2,2875E-06 | 0,47 | 0,08 | 0,56 |
| P313 | 1,6030E-06 | 1,8559E-06 | -1,4565E-06 | 0,26 | 0,25 | 0,56 |
| P315 | 1,5717E-06 | 1,9215E-07 | 9,9509E-07 | -0,33 | 0,68 | 0,61 |
| P319 | 1,5418E-06 | 1,5750E-08 | 1,7147E-06 | -0,45 | 0,73 | 0,63 |
| P401 | 1,4921E-06 | -1,8985E-07 | 2,8138E-06 | -0,63 | 0,79 | 0,65 |
| P402 | 1,3875E-06 | 1,6940E-07 | 3,5785E-06 | -0,65 | 0,69 | 0,68 |
| P404 | 1,3585E-06 | 6,8235E-07 | 2,8876E-06 | -0,44 | 0,55 | 0,68 |
| P405 | 1,3373E-06 | 1,0062E-06 | 2,6980E-06 | -0,35 | 0,46 | 0,69 |
| P407 | 1,3013E-06 | 1,6396E-06 | 2,2226E-06 | -0,15 | 0,30 | 0,71 |
| P408 | 1,3103E-06 | 1,7688E-06 | 2,5195E-06 | -0,17 | 0,27 | 0,73 |
| P502 | 1,3032E-06 | 2,2240E-06 | 1,4036E-06 | 0,07 | 0,15 | 0,72 |
| P505 | 1,3084E-06 | 2,5343E-06 | 4,0064E-07 | 0,27 | 0,07 | 0,71 |
| P602 | 1,4490E-06 | 7,1535E-06 | -6,9366E-06 | 1,68 | -1,01 | 0,60 |
| P603 | 1,4523E-06 | 7,5488E-06 | -7,2052E-06 | 1,75 | -1,10 | 0,61 |
| P604 | 1,4079E-06 | 7,7244E-06 | -7,4820E-06 | 1,83 | -1,14 | 0,63 |
| P606 | 1,3190E-06 | 7,3660E-06 | -7,4321E-06 | 1,87 | -1,07 | 0,67 |
| P607 | 1,2886E-06 | 7,0322E-06 | -7,1636E-06 | 1,83 | -1,00 | 0,68 |
| P608 | 1,2595E-06 | 6,6616E-06 | -6,8156E-06 | 1,77 | -0,92 | 0,69 |
| P609 | 1,2470E-06 | 6,4053E-06 | -6,4515E-06 | 1,73 | -0,86 | 0,71 |
| P610 | 1,2383E-06 | 6,1852E-06 | -6,0764E-06 | 1,68 | -0,81 | 0,74 |
| P612 | 1,2556E-06 | 5,9352E-06 | -5,4120E-06 | 1,59 | -0,75 | 0,79 |
| P613 | 1,2633E-06 | 5,9677E-06 | -5,3568E-06 | 1,60 | -0,76 | 0,81 |

4. CONCLUSÕES

Seguindo a metodologia moderna de análise de deformações, foi proposta esta pesquisa, em que se trataram os movimentos e deformações da crosta essencialmente como um problema tridimensional, com vistas à modelagem de

campos de deslocamentos locais para estimação e análise do tensor de deformação. Para consecução desta modelagem foi utilizado um polinômio tridimensional de segundo grau, cujos coeficientes foram estimados por meio de um ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados. Os dados utilizados no processo de estimação foram os deslocamentos estimados a partir de duas campanhas de levantamentos GPS na região da UHE de Salto Caxias.

Após estimação do tensor de deformação observou-se que as deformações específicas variaram de $-8,7008 \mu\text{strain}$ a $0,7008 \mu\text{strain}$. É válido lembrar que o μstrain expressa as variações relativas de uma grandeza linear em unidades da sexta casa decimal ($1 \mu\text{strain} = 1 \text{ p.p.m.}$). Deste modo, estes parâmetros descrevem as variações (deformações) nos comprimentos de segmentos de retas associados a um determinado ponto da estrutura monitorada, segundo três direções mutuamente perpendiculares. Neste trabalho, estes segmentos de retas, correspondem às distâncias entre os pontos de monitoramento e as estações base utilizadas nos rastreamentos dos mesmos. Observa-se também que todos os pontos de monitoramento sofreram uma contração nos seus respectivos eixos X, extensão em Y, enquanto em Z, sofreram ambos os fenômenos.

No que diz respeito à deformação máxima, esta ocorreu com maior intensidade, sequencialmente, nos pontos P602 a P608, os quais estão localizados a jusante da barragem, e imediatamente próximos da mesma. A princípio pode-se correlacionar a magnitude da deformação máxima nestes pontos com suas respectivas proximidades à barragem. No entanto, cuidados devem ser tomados nesta análise, pois a magnitude da deformação máxima do ponto P309, que não está localizado tão próximo da barragem quanto o ponto P608, possui uma magnitude aproximadamente igual a deste.

Verifica-se também que todos os pontos, cujos eixos X e Z foram contraídos, ocorreu uma contração volumétrica, ou seja, em aproximadamente 77% dos pontos. Por outro lado, em todos os pontos, cujos eixos Y e Z sofreram extensão, ocorreu uma elongação volumétrica.

O cisalhamento simples variou de $-7,482\text{E-}06$ a $7,7244\text{E-}06$, enquanto que as rotações diferenciais médias variaram de $1,87$ a $-1,14$ segundos. É válido ressaltar que o cisalhamento simples pode ser entendido como um deslocamento de planos materiais paralelos ao plano (X,Y), na direção do eixo X, segundo distâncias proporcionais aos espaçamentos entre os aludidos planos materiais e o plano (X,Y). A rotação diferencial média mostra a variação média da orientação das direções, em relação ao sistema de referência utilizado, em torno do vértice investigado.

Finalmente, salienta-se que a aplicação da teoria descrita neste trabalho, em sistemas de monitoramento de alta precisão, propicia um melhor entendimento dos mecanismos de deformações, permitindo então, prevenir catástrofes e indicar medidas mitigatórias.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHEN, Y. Q. (1983): *Analysis of Deformation Surveys, a Generalized Method*. Departament of Surveying Engineering Technical Report, n.º 94, University of New Brunswick, Fredericton, N.B., Canada.
- CHOU, P. C.; PAGANO, N. J. (1967): *Tensor, Dyadic, and Enginnering Approaches*. Princeton: D. Van Nostrand Company, Inc.
- GEMAEL, C.; DOUBECK, A. (1982): *Ausculção Geodésica da Região da Barragem Bento Munhoz das Rocha*. Boletim da UFPR, n.º 28.
- KUANG, S. (1996): *Geodetic Network Analisys and Optimal Design: concepts and applications*. Chelsea: Ann Arbor Press.
- SANTOS, M. C. (1999): *Estabilidade das Estruturas Geodésicas*. Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, PR, 74p.
- SILVA, M. C. D. (1986): *Aplicação da Mecânica dos Corpos Deformáveis à Análise de Consistência de Observações em Redes Geodésicas Horizontais*. Dissertação de mestrado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 72p.
- TEIXEIRA, N. N. (2005): *Análise Geodésica de Deformações da Crosta em Regiões de Grandes Barragens a Partir de Deslocamentos Tridimensionais Obtidos pelo Sistema de Posicionamento Global*. Tese de Doutorado, curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 294 p.
- VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. (1996): *Geodesy: The Concepts*. Second edition. North – Holland Publishing Company.
- VOOSOGHI, B. (2000): *Intrinsic Deformation Analysis of the Earth Surface Based on 3-Dimensinal Displacement Fields Derived from Space Geodetic Measurements*. Doctoral Thesis, Faculty of Civil Engineering and Surveying of the University of Stuttgart, Departament of Geodesy and GeoInformatics, Stuttgart, 99p.
- YONG-QI, C. (1983): *Analysis of Deformation Surveys – A Generalized Method*. Technical Report, nº 94. Department of surveying engineering, University of New Brunswick, Canada.

(Recebido em junho/2007. Aceito em agosto/2007)